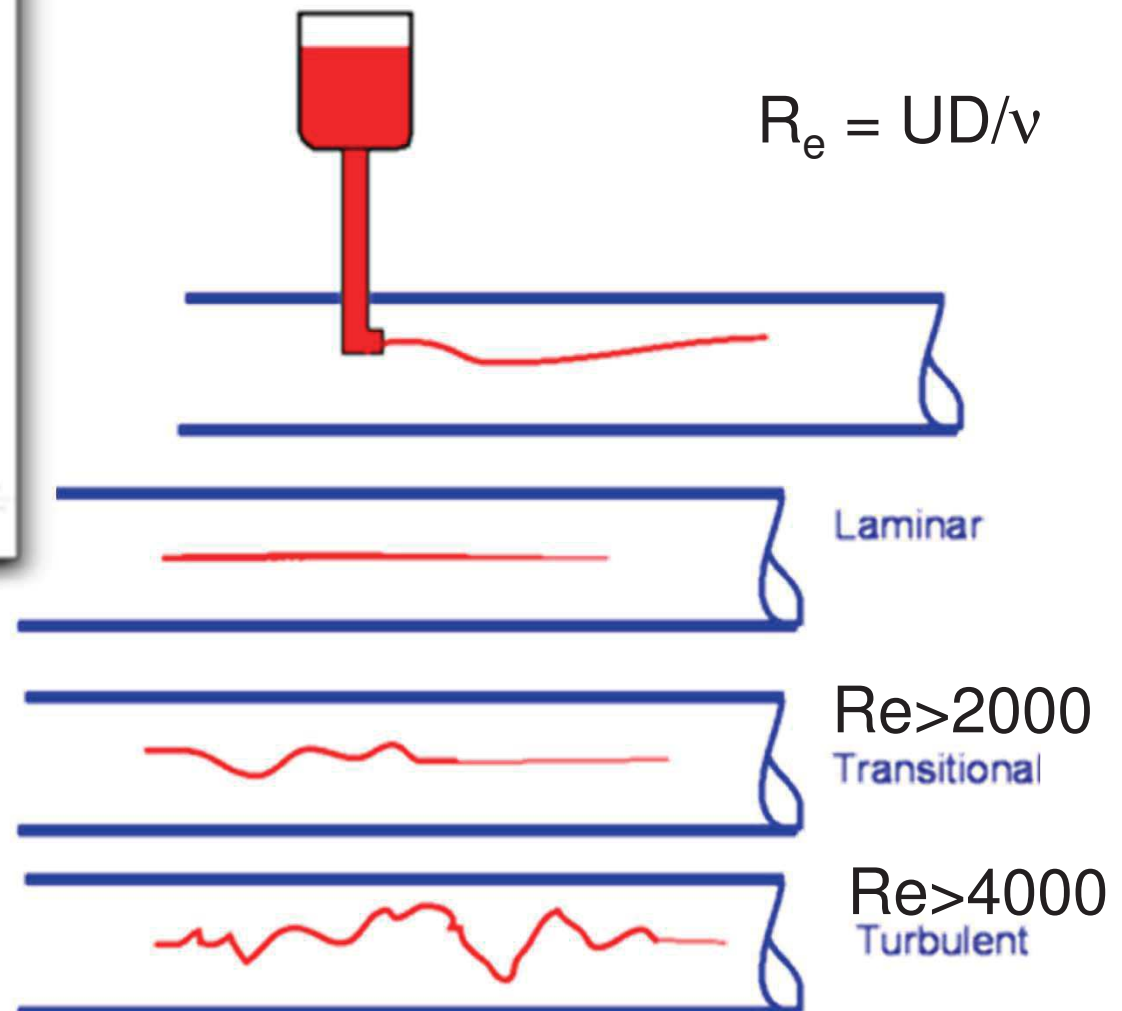
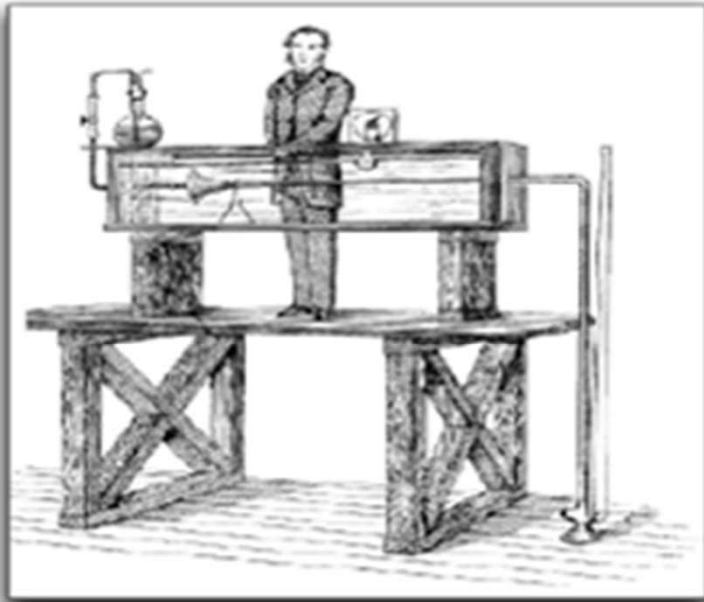


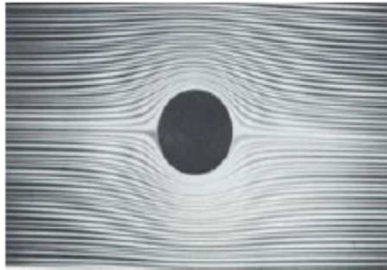
Turbulence

Chapitre 1 - Caractérisation et
description de la turbulence,
modèle de turbulence homogène
isotrope (THI)

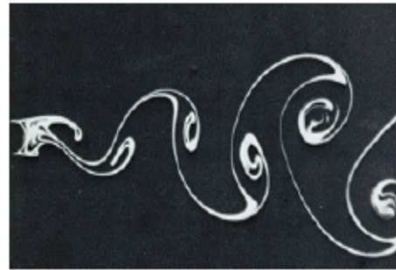
I- Définition d'un état turbulent ; Transition vers la turbulence

expérience de Osborne Reynolds (1842 -1912)

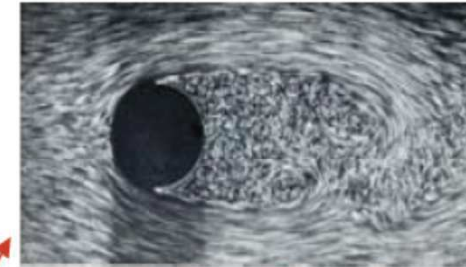




Ecoulement Potentiel



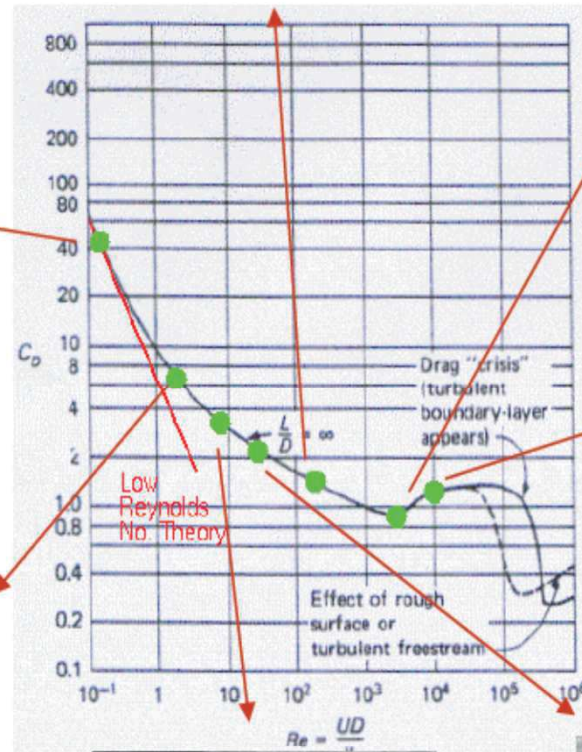
Re = 140
Transitionnel - Instationnaire
Allee de von Karman



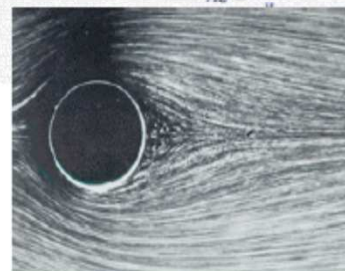
Re = 2000
Turbulent



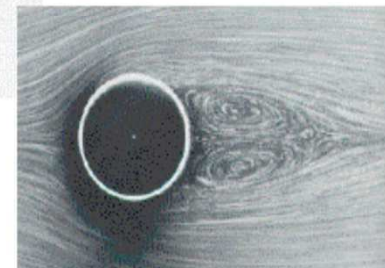
Re = 0.96
Rampant - Stationnaire
Symétrique H/B - D/G



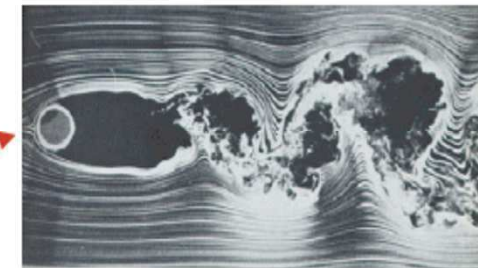
Re = 1.54
Laminaire - Stationnaire
Symétrique H/B



Re = 9.6
Laminaire - Stationnaire
Separation



Re = 26
Laminaire - Stationnaire
Separation

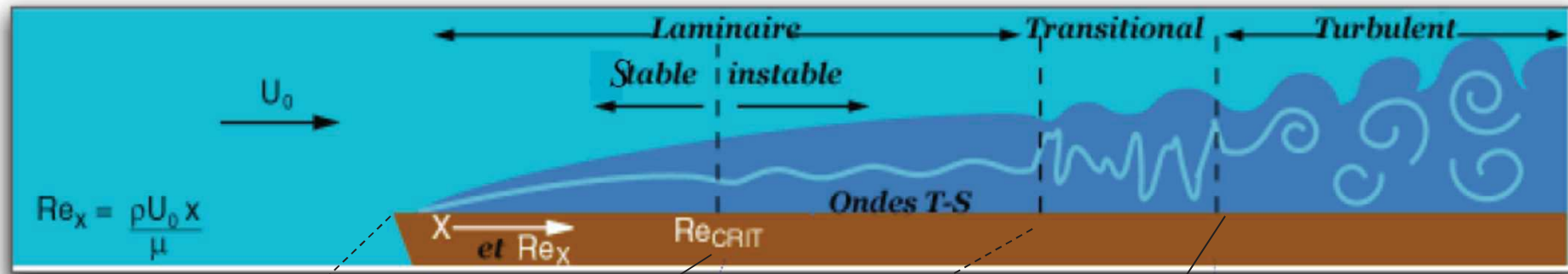


Re = 10000
Turbulent

I- Définition d'un état turbulent ; Transition vers la turbulence

couche limite turbulente

$$R_{ex} = Ux/\nu$$



laminaire,
équation
de Blasius

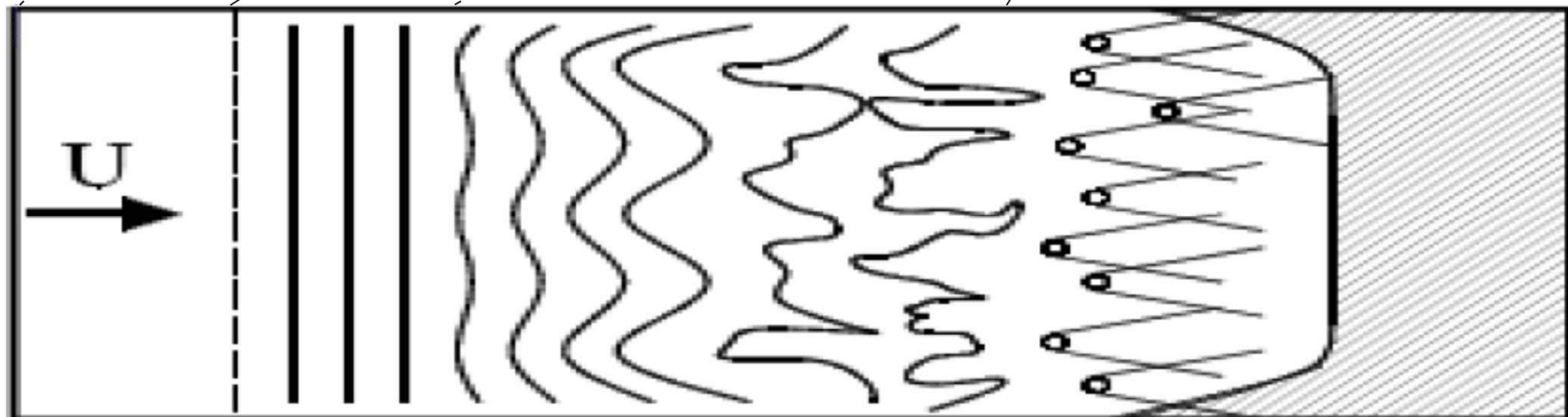
ondes
de Tollmien
Schlichting
(instabilités)

instabilités
secondaires

turbulence

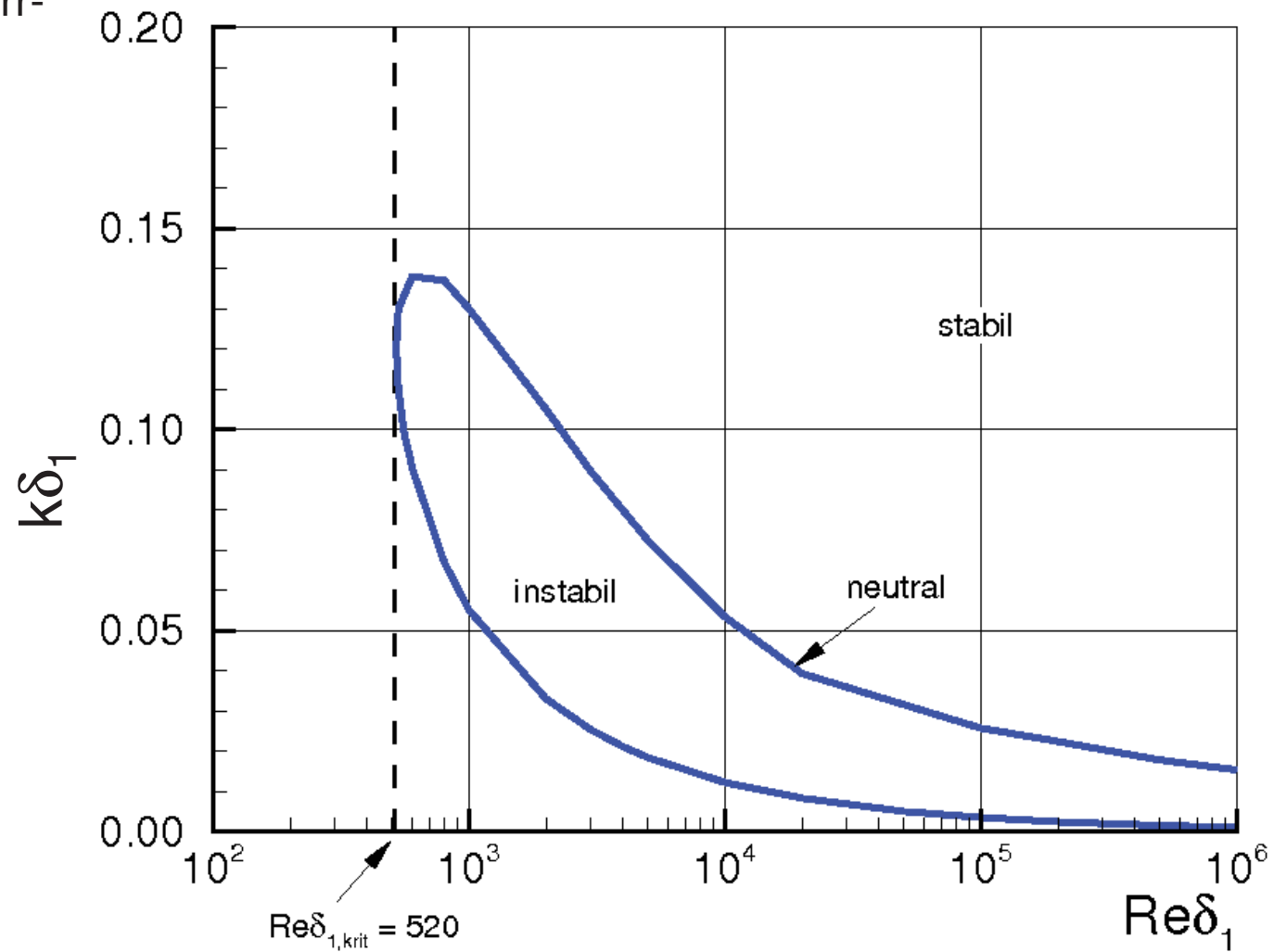
$$R_{ex} = 10^5$$

$$R_{ex} = 5 \cdot 10^5$$



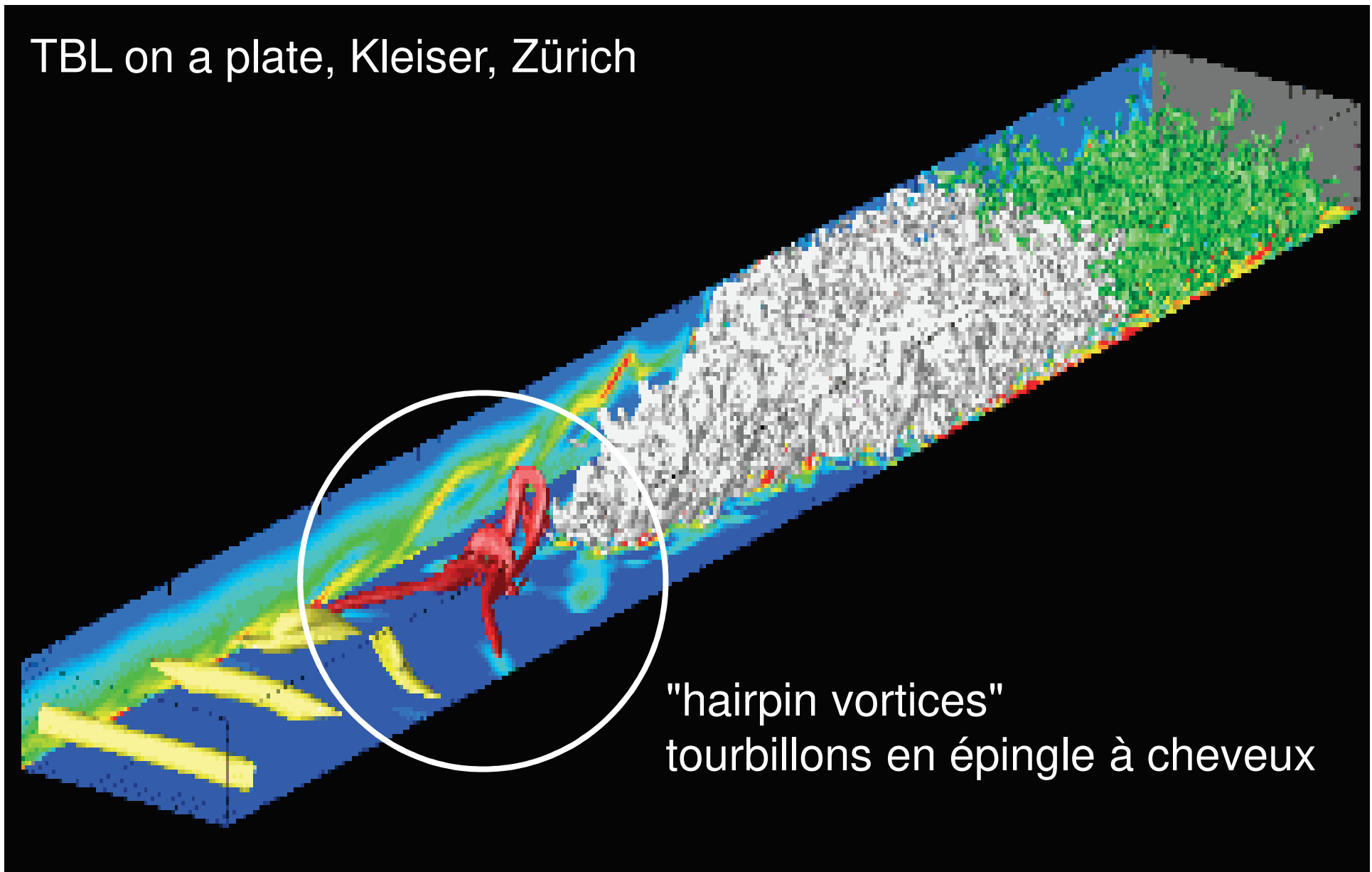
I- Définition d'un état turbulent ; Transition vers la turbulence

Seuil d'instabilité
Equation d'Orr-
Sommerfeld



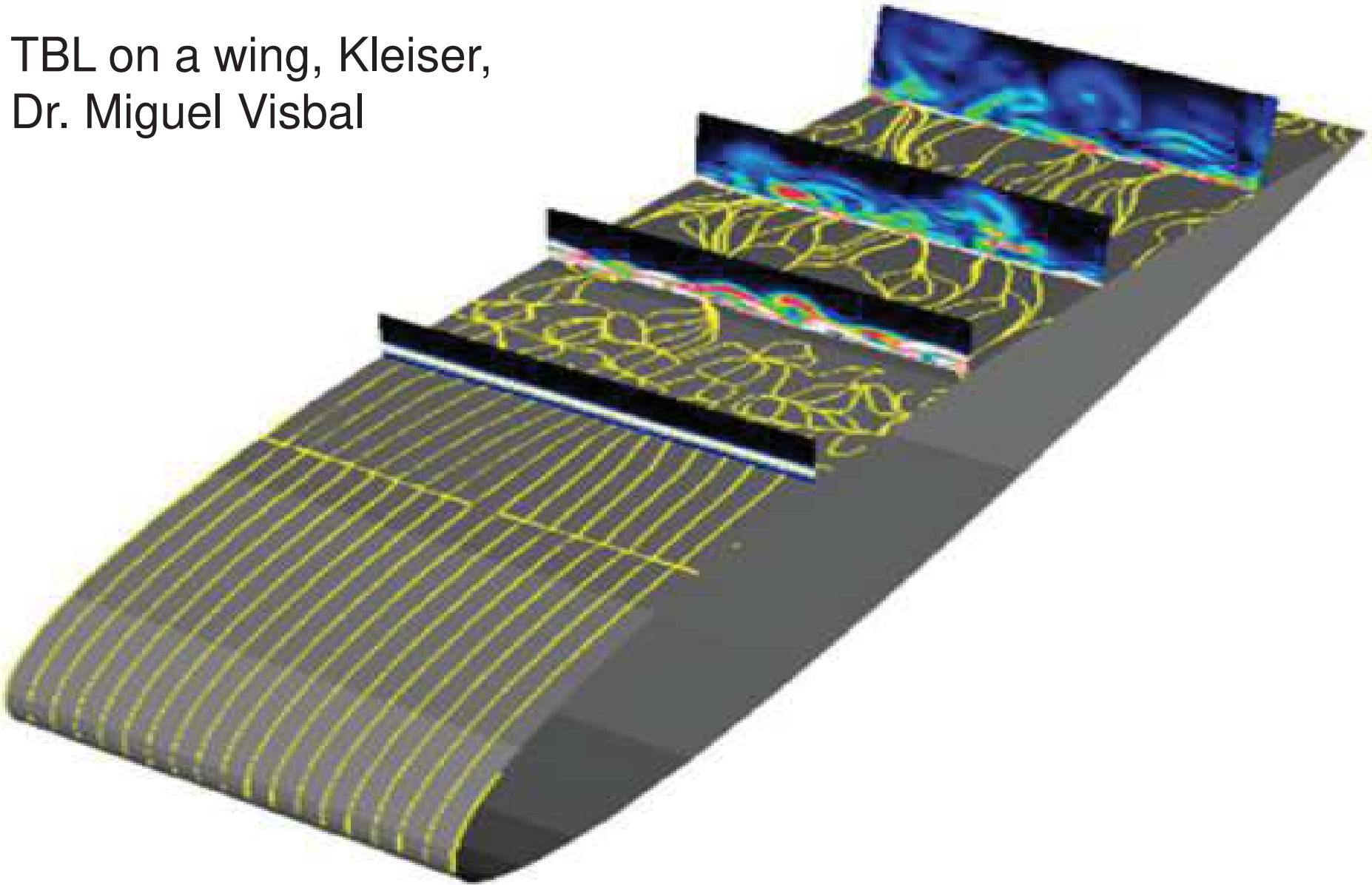
I- Définition d'un état turbulent ; Transition vers la turbulence

TBL on a plate, Kleiser, Zürich

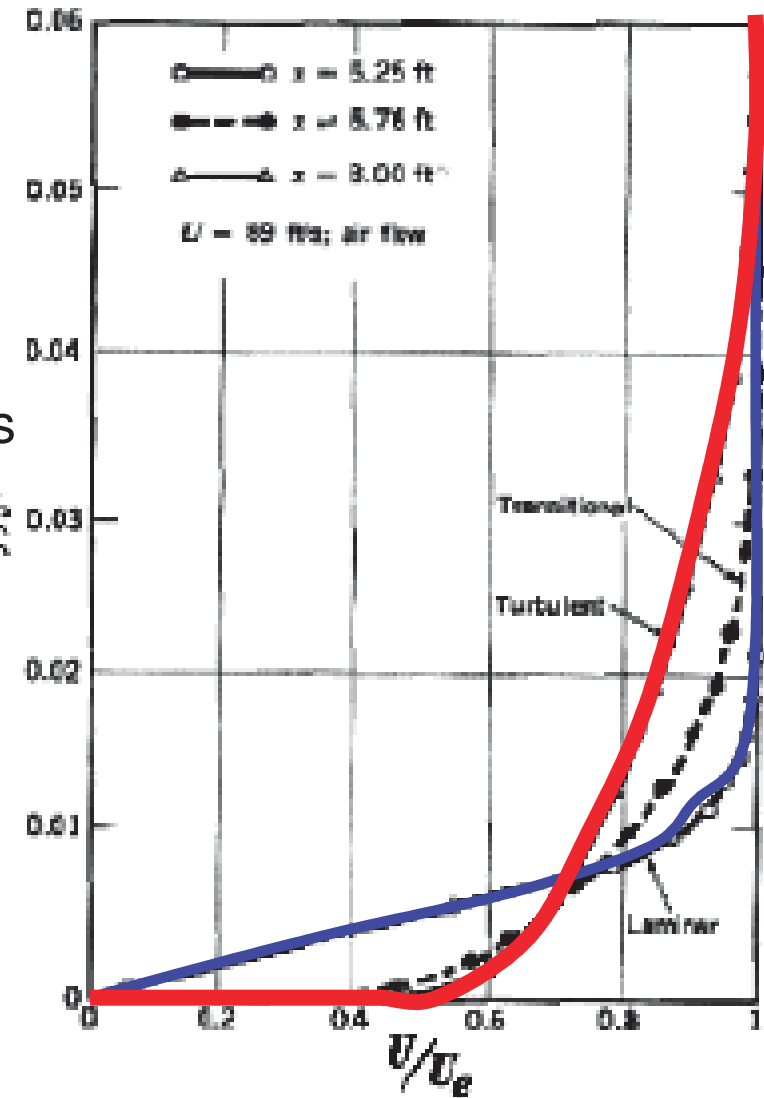
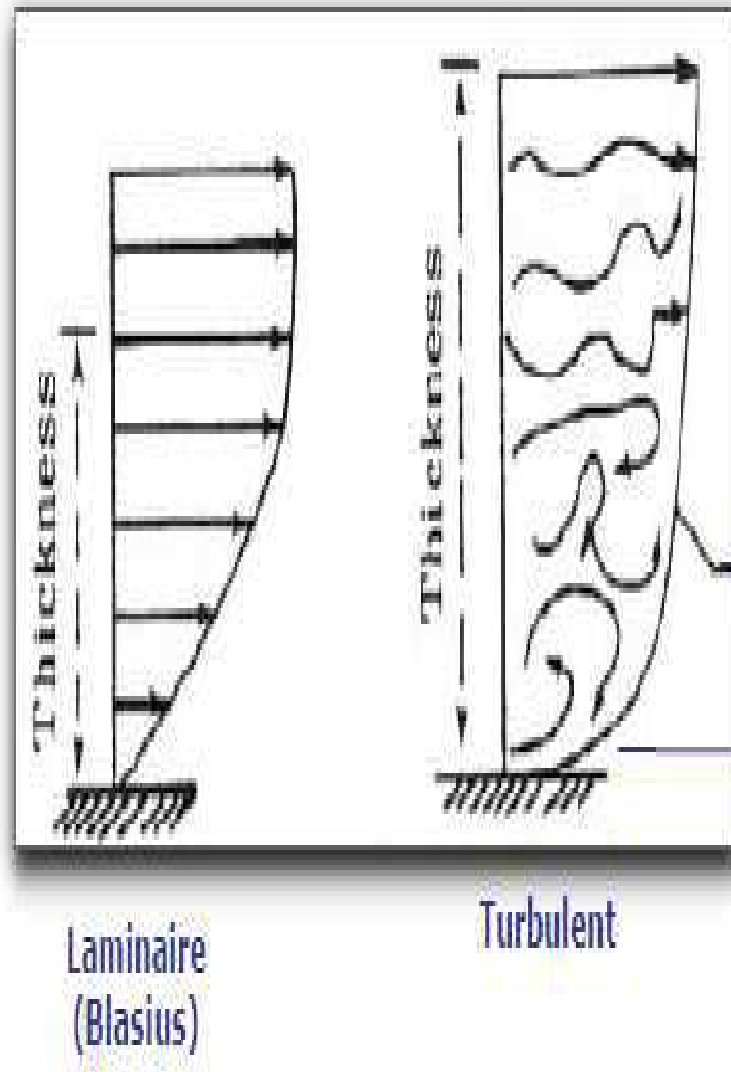


I- Définition d'un état turbulent ; Transition vers la turbulence

TBL on a wing, Kleiser,
Dr. Miguel Visbal



I- Définition d'un état turbulent ; par les conséquences



TURBULENCE : pas de définition **rigoureuse**... D'où une description phénoménologique...

- **Irregularité** : La turbulence est un état de mouvement irrégulier, (en apparence) aléatoire
- **Diffusivité** : Intensification des échanges de masse, q.mvt et énergie
- **Fluctuations 3D de la vorticité** :
 - Un écoulement turbulent est toujours rotationnel
 - Tourbillons cohérents (eddies), mais localisés de façon “aléatoire”
 - L'énergie est transférée des grandes aux petites échelles de l'écoulements par effet des interactions entre structures tourbillonnaires (mécanisme de cascade)

II- caractérisation d'un état turbulent ; statistiques

Problème de prise de moyenne et d'ergodicité...

On veut la moyenne de $u(x,t,\alpha)$

- u est stochastique en x et t (fluctuations imprédictibles en fonction de x et t pour une réalisation)
- u est aléatoire (chaque réalisation α est différente)

moyenne d'ensemble :

$$\bar{u}(x,t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N u(x,t;\alpha) \quad \rightarrow \text{Pas toujours très pratique...}$$

mais on peut calculer la **moyenne temporelle** en x pour une réalisation α donnée :

$$\bar{u}^T(x,t,T;n) = \frac{1}{T} \int_0^T u(x,t+t';n) dt' \quad \rightarrow \text{dépend de } t \text{ et } T...$$

ou encore mais la **moyenne spatiale** selon x à l'instant t d'une réalisation α donnée :

$$\bar{u}^L(x,t,L;m) = \frac{1}{L} \int_0^L u(x+x',t;m) dx' \quad \rightarrow \text{dépend de } x \text{ et } L...$$

II- caractérisation d'un état turbulent ; statistiques

Si maintenant u est **stationnaire** dans le temps (au sens statistique) tel que $\bar{u} = \bar{u}(x)$
Alors, on peut espérer que $\bar{u}^T$ d'une simple réalisation converge vers cette valeur pour $T \rightarrow \infty$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \bar{u}^T(x, t, T; n) = \bar{u}(x) \quad \Rightarrow \quad u \text{ est ergodique en temps}$$

Si maintenant u est **homogène** en espace (au sens statistique) tel que $\bar{u} = \bar{u}(t)$
Alors, on peut espérer que $\bar{u}^L$ d'une simple réalisation converge vers cette valeur pour $L \rightarrow \infty$

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \bar{u}^L(x, t, L; m) = \bar{u}(t) \quad \Rightarrow \quad u \text{ est ergodique en espace}$$

Ergodicité : toute moyenne non biaisée d'une variable converge vers sa moyenne d'ensemble

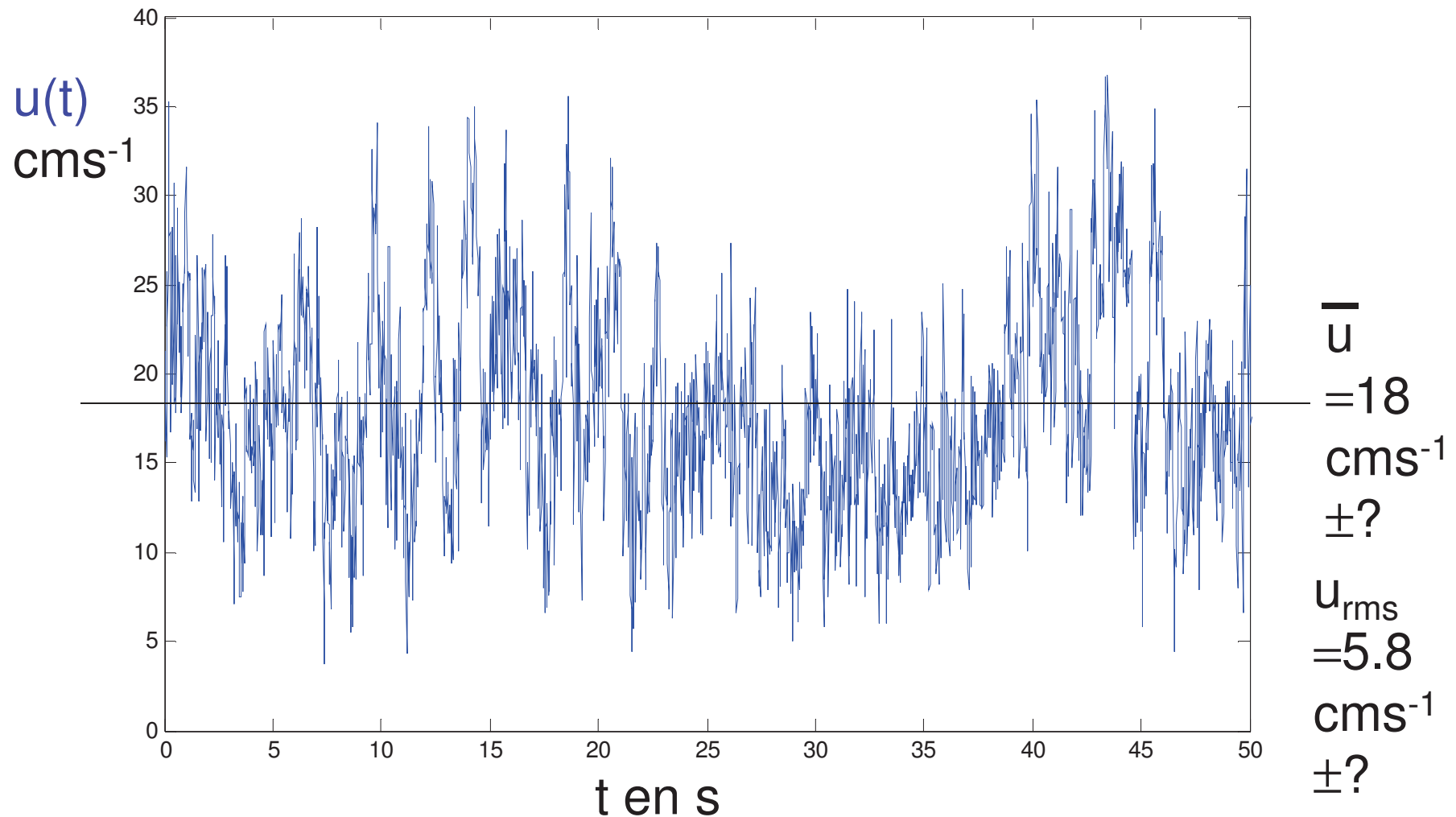
Si maintenant, on souhaite distinguer ces moyennes, voici les notations usuelles :

$$\bar{u}^T \Rightarrow \bar{u} \quad \text{moyenne temporelle}$$

$$\bar{u}^L \Rightarrow \langle u \rangle_x \quad \text{moyenne spatiale}$$

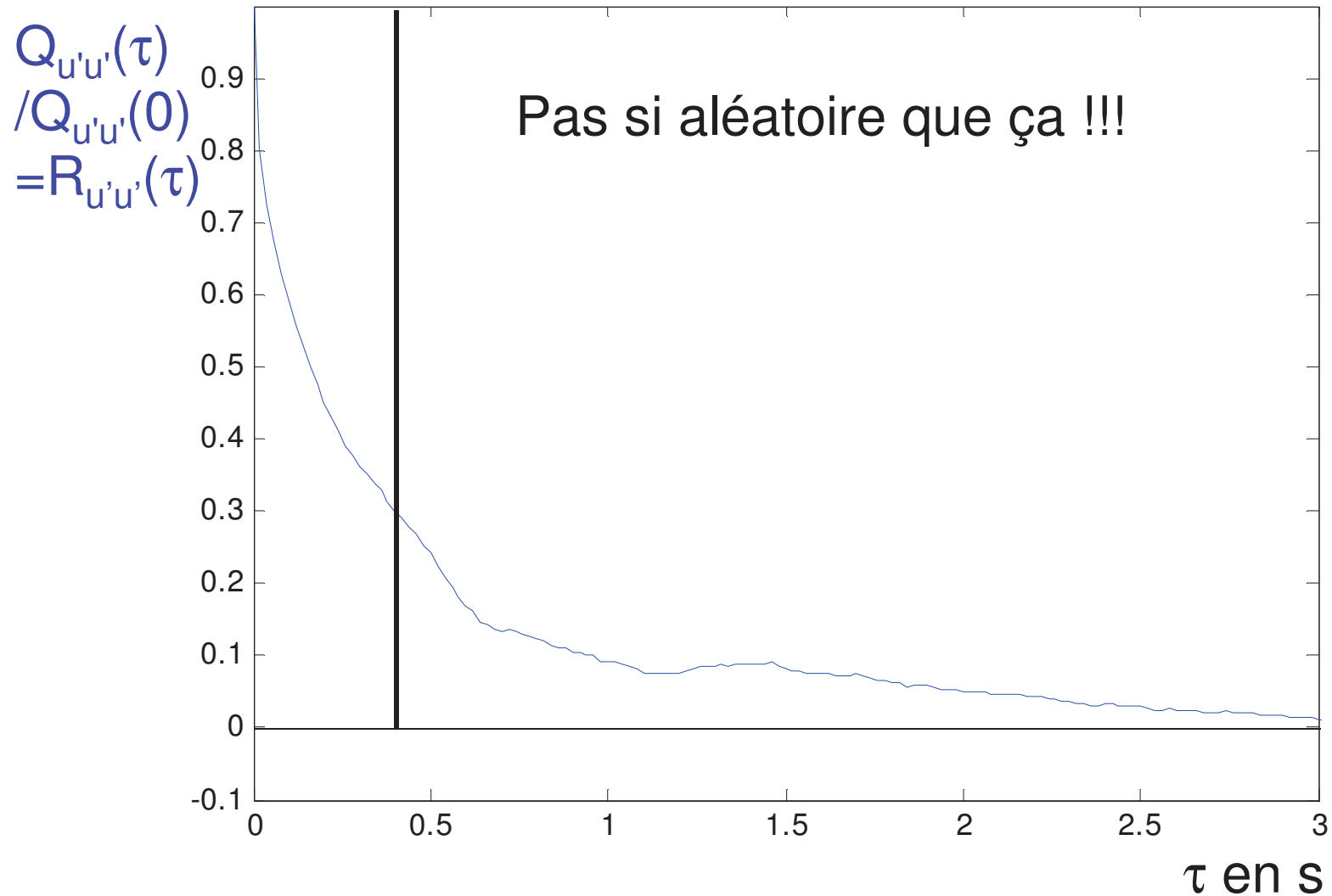
$$\bar{u} \Rightarrow \langle u \rangle \quad \text{moyenne d'ensemble}$$

II- caractérisation d'un état turbulent ; approche temporelle



Signal temporel acquis à 50 Hz en rivière avec un vélocimètre acoustique doppler (ADV)

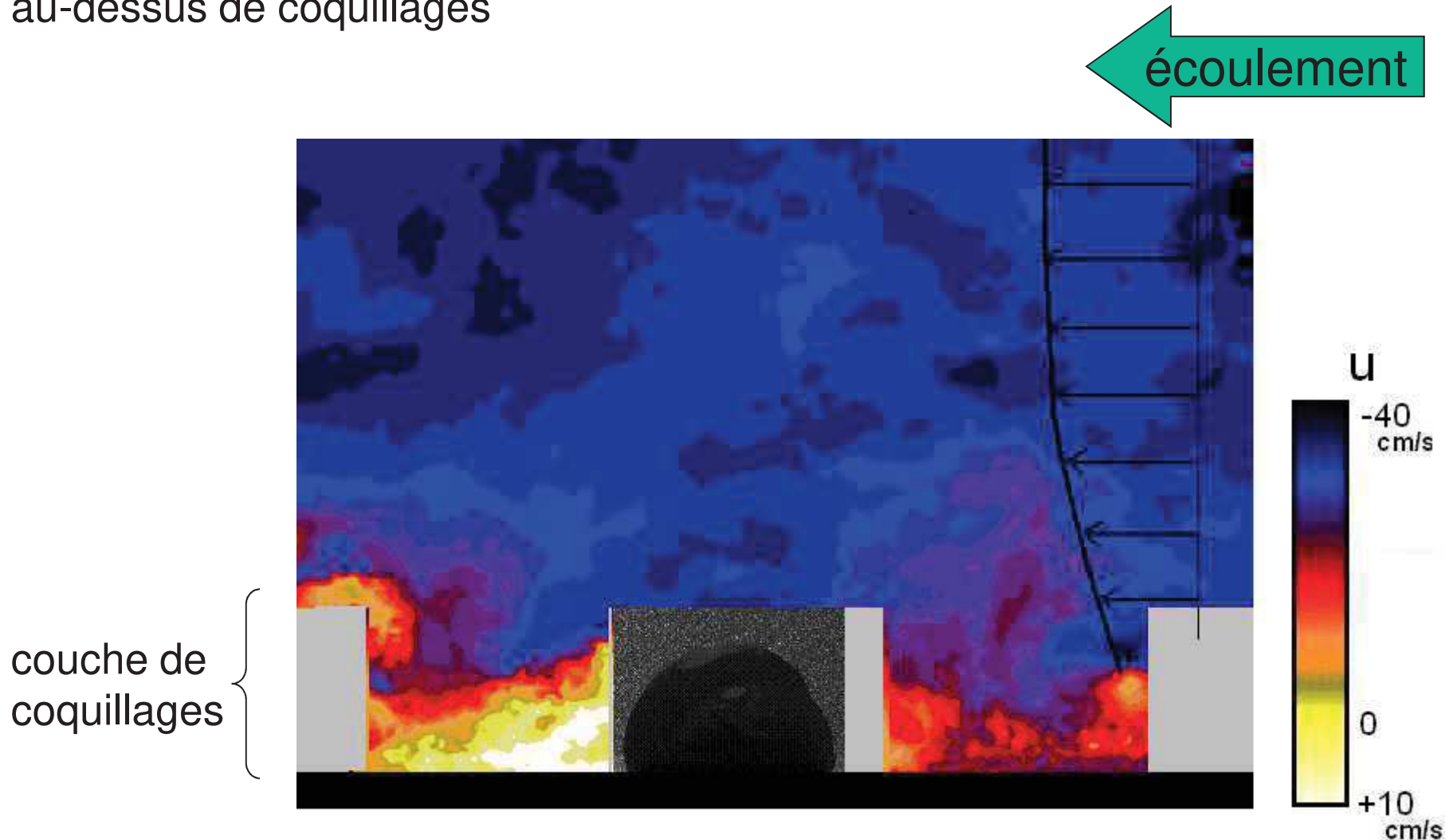
II- caractérisation d'un état turbulent ; approche temporelle



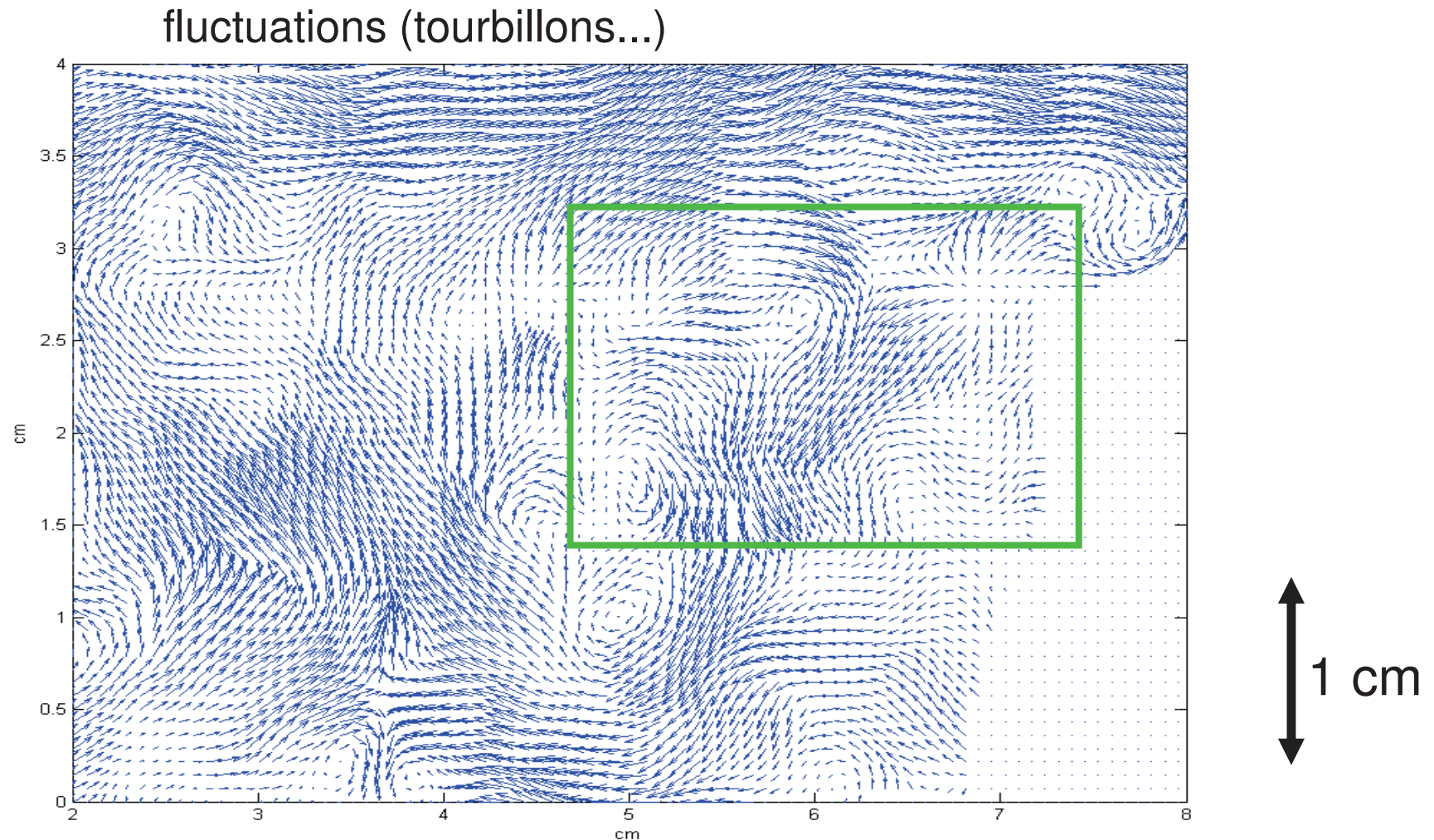
Temps intégral de ce signal temporel : $T_{\text{int}} \sim 0.42$ s

II- caractérisation d'un état turbulent ; approche spatiale

Vélocimétrie par Images de Particules (PIV) dans une couche limite turbulente au-dessus de coquillages

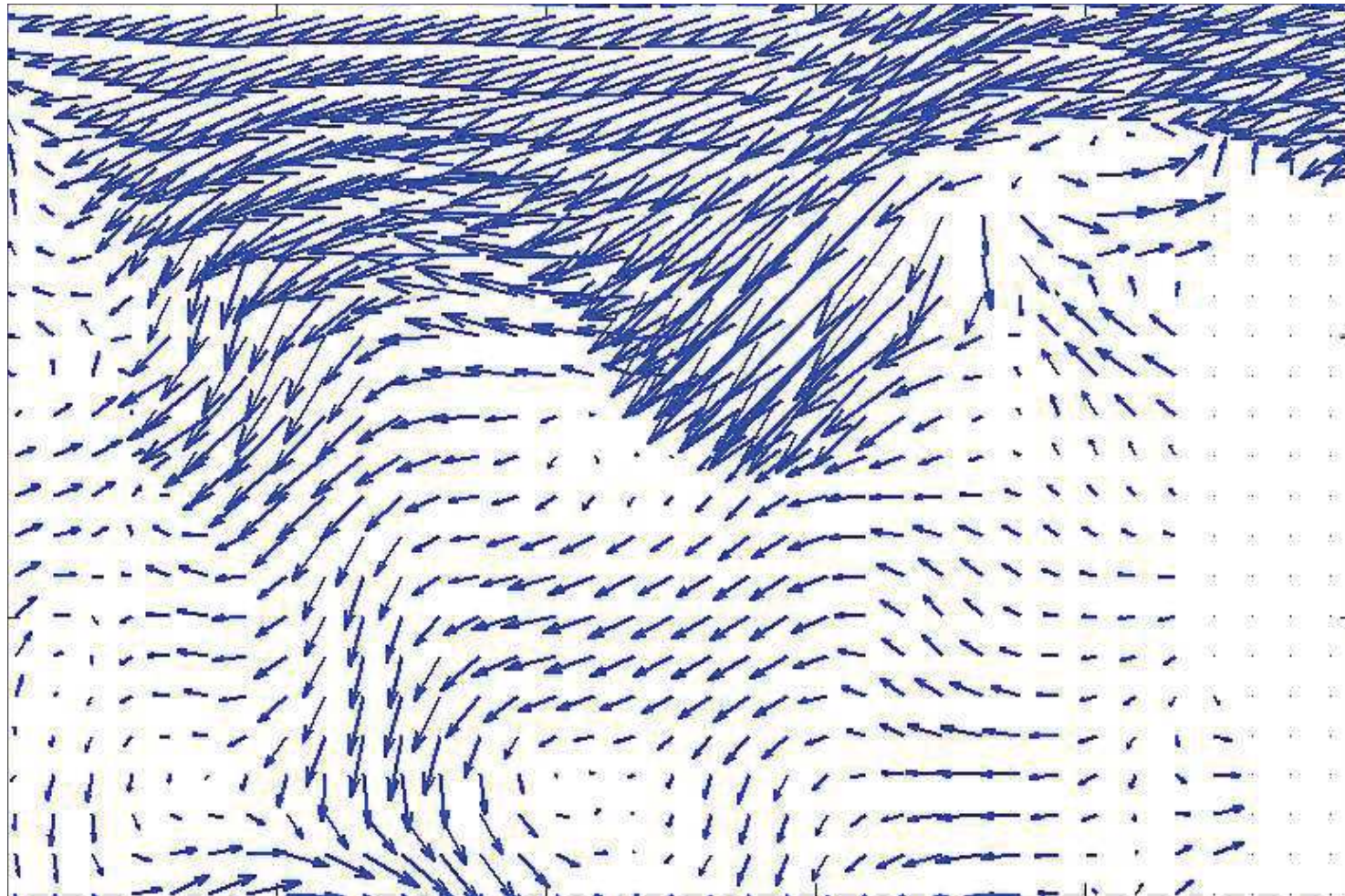


II- caractérisation d'un état turbulent ; approche spatiale



Résolution spatiale : pas de la grille de calcul PIV = 0.7 mm

II- caractérisation d'un état turbulent ; approche spatiale



1 cm

Résolution spatiale : pas de la grille de calcul PIV = 0.7 mm
Fréquence d'acquisition : 1 Hz

II- caractérisation d'un état turbulent ; approche spatiale

To help quantify the state of turbulence, 3 interrelated quantities are commonly used

- the velocity correlation function
- the energy spectrum

The velocity correlation function

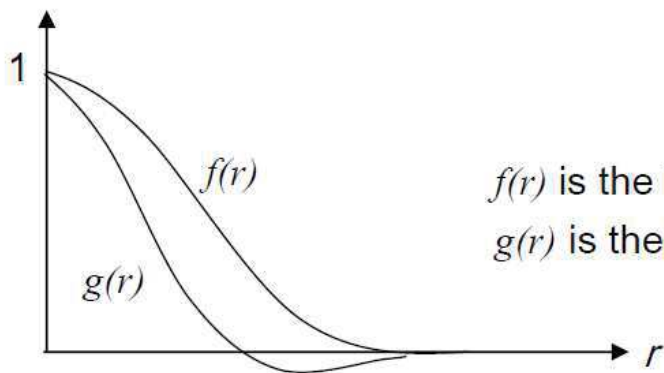
$$Q_{ij} = \langle u'_i(\vec{x}) \cdot u'_j(\vec{x} + \vec{r}) \rangle.$$

If turbulence is homogeneous and isotropic $u'^2 = u_{\text{rms}}^2 = \langle u_x'^2 \rangle = \langle u_y'^2 \rangle = \langle u_z'^2 \rangle$

then it can be shown that two typical components of Q_{ij} can be expressed as

$$Q_{xx}(r\vec{e}_x) = u'^2 \frac{\langle u'(\vec{x})u'(\vec{x}+r\vec{e}_x) \rangle}{u'^2} = u'^2 f(r)$$

$$Q_{yy}(r\vec{e}_x) = u'^2 \frac{\langle v'(\vec{x})v'(\vec{x}+r\vec{e}_x) \rangle}{u'^2} = u'^2 g(r)$$



$f(r)$ is the longitudinal correlation function
 $g(r)$ is the lateral correlation function

$$R_{xx} = Q_{xx}/u'^2$$

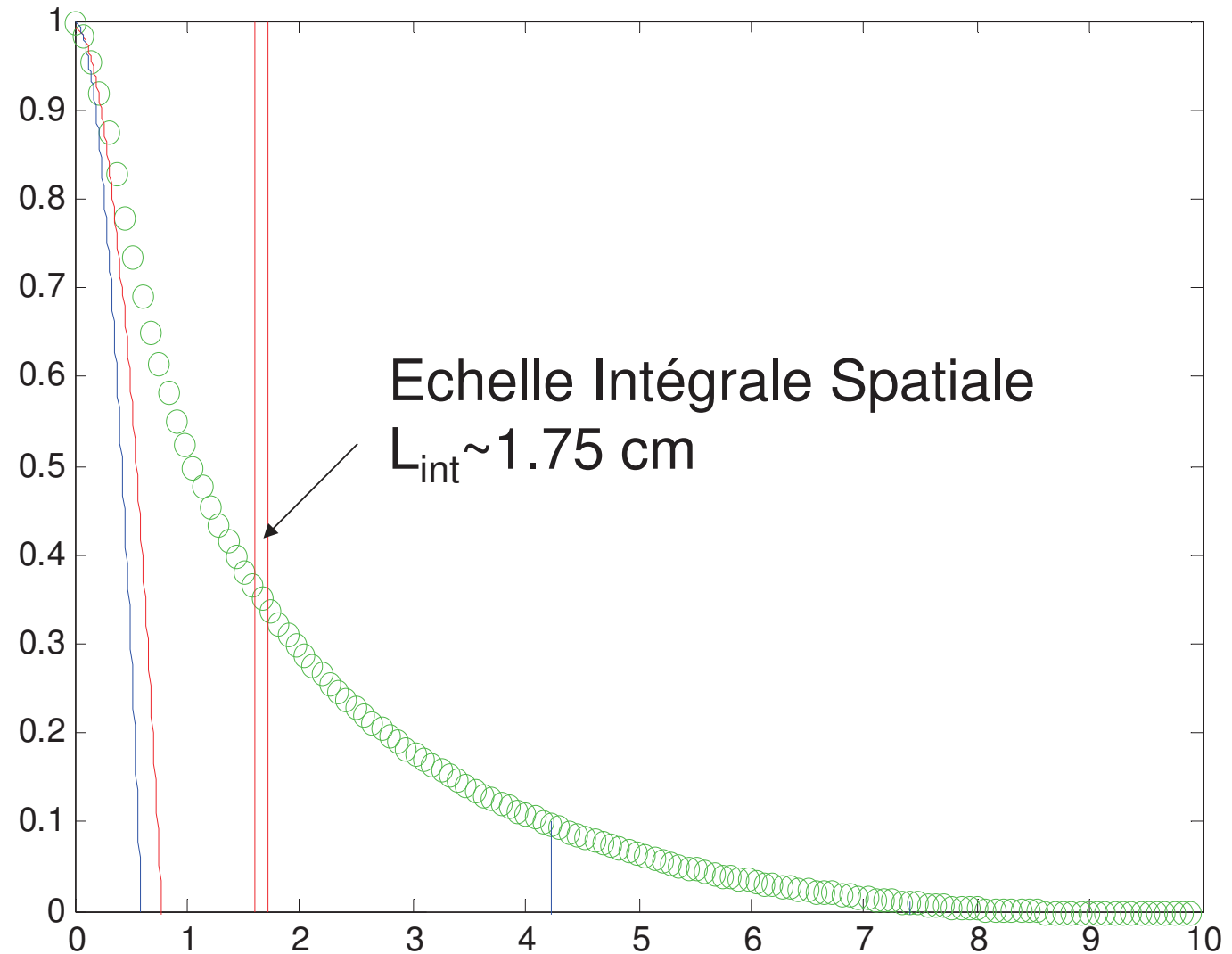
$$R_{yy} = Q_{yy}/u'^2$$

$$R_{ij} = Q_{ij}/\langle u'_i u'_j \rangle$$

Corrélations adim

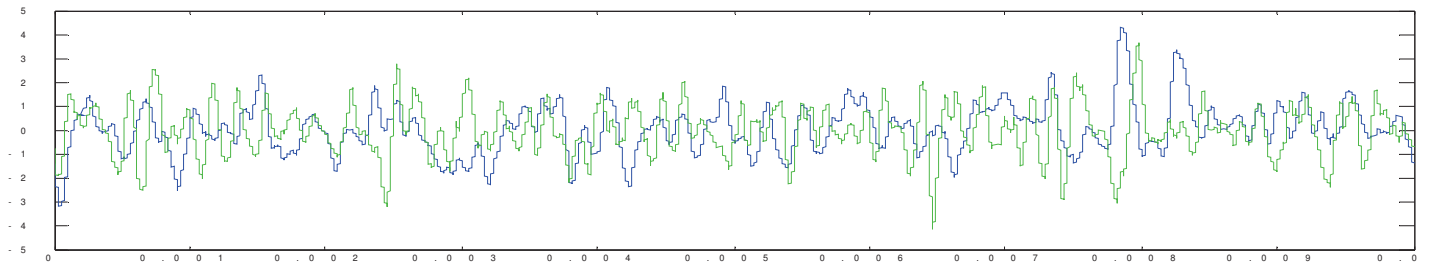
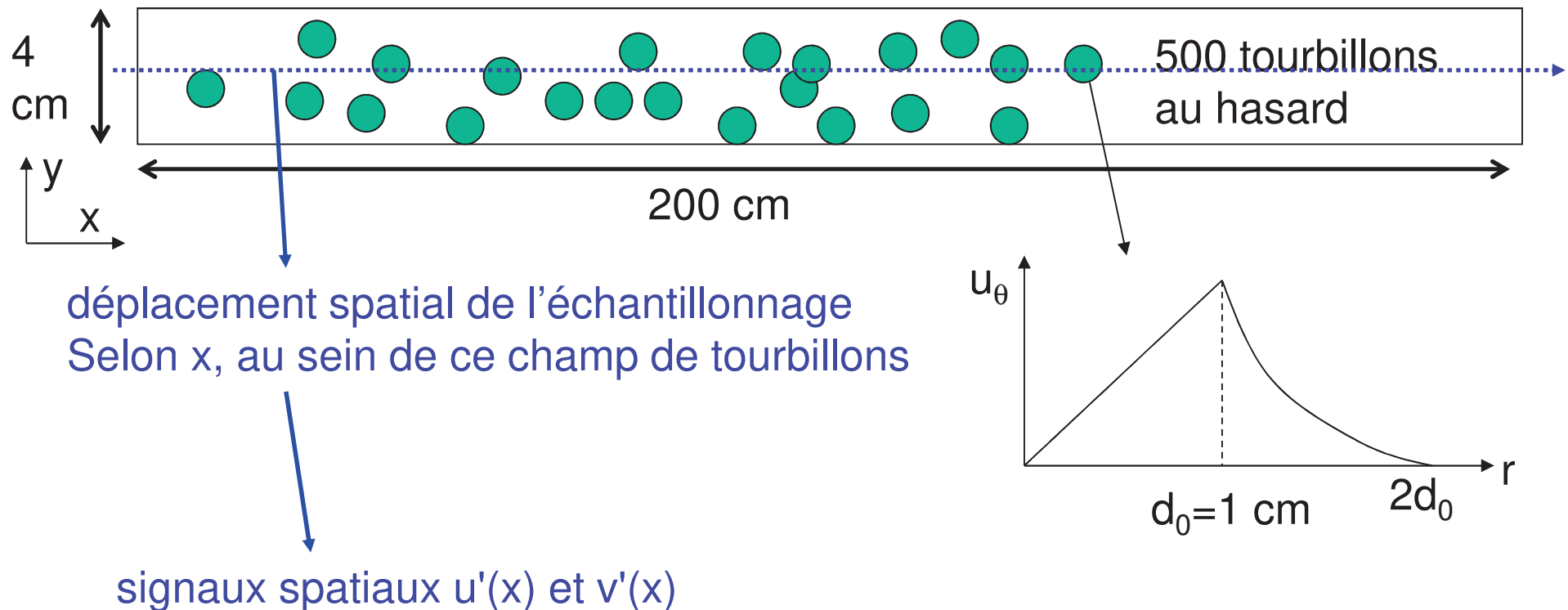
II- caractérisation d'un état turbulent ; approche spatiale

Turbulence de grille, autocorrelation longitudinale $R_{u'u'}(\Delta x)$



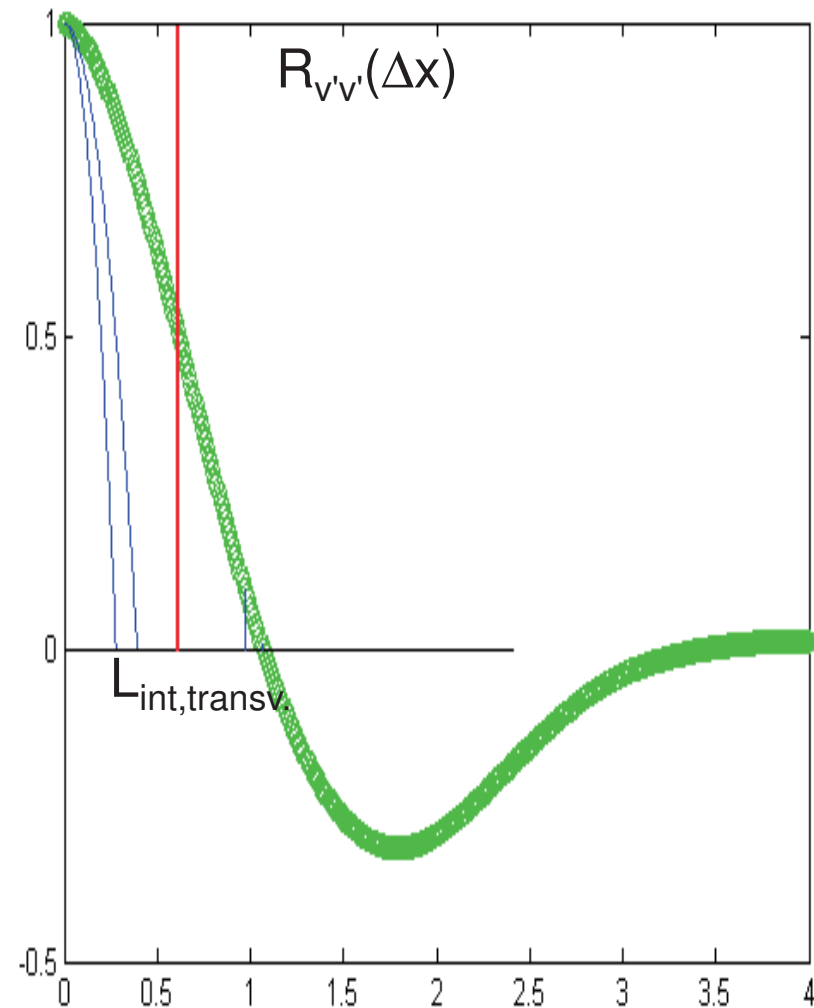
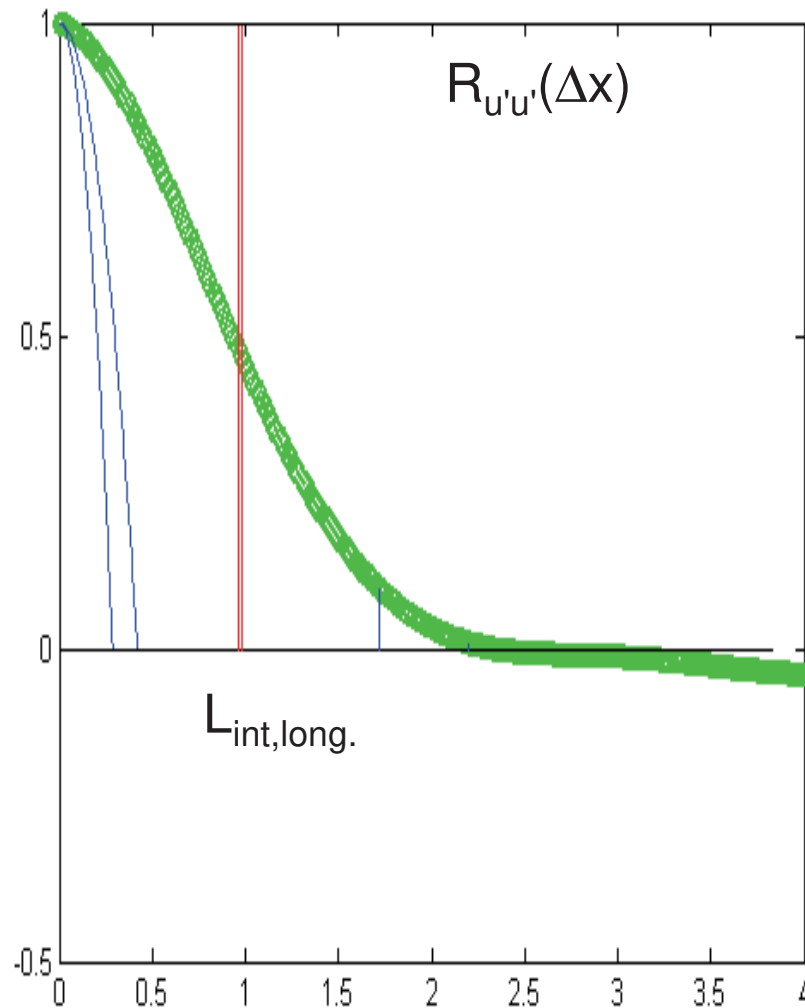
II- caractérisation d'un état turbulent ; tourbillons et L_{int}

Quel lien entre les tourbillons "apparents" et L_{int} ?



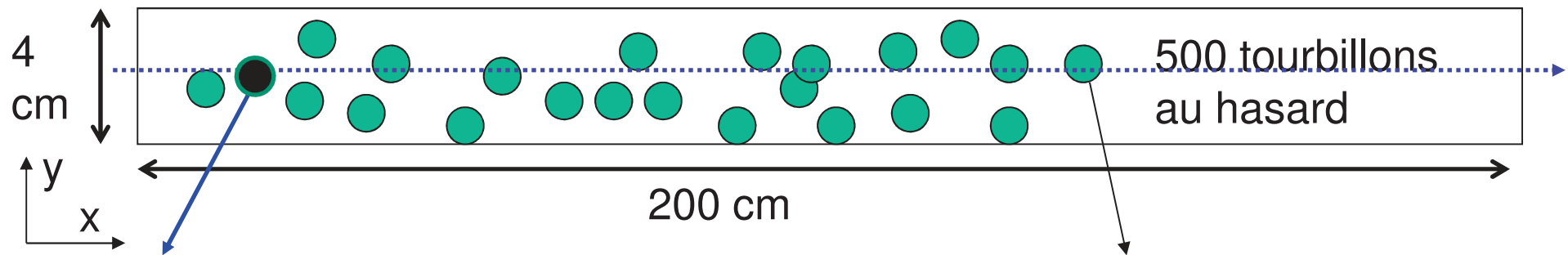
II- caractérisation d'un état turbulent ; tourbillons et L_{int}

Quel lien entre les tourbillons « apparents » et L_{int} ?

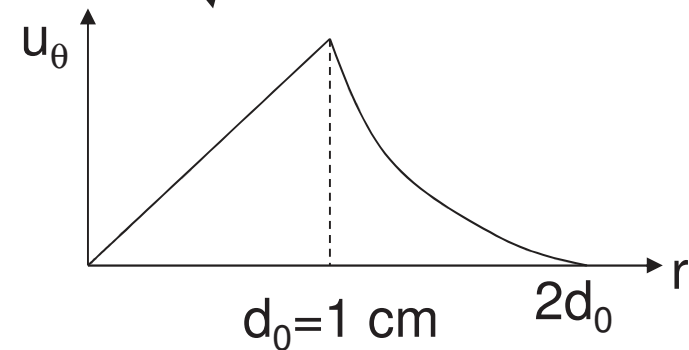


II- caractérisation d'un état turbulent ; hypothèse de Taylor

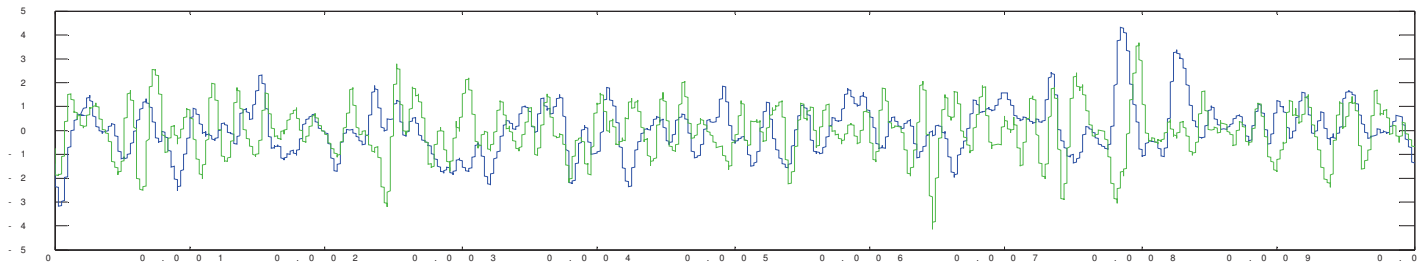
Notion de « turbulence gelée » et équivalence temps - espace



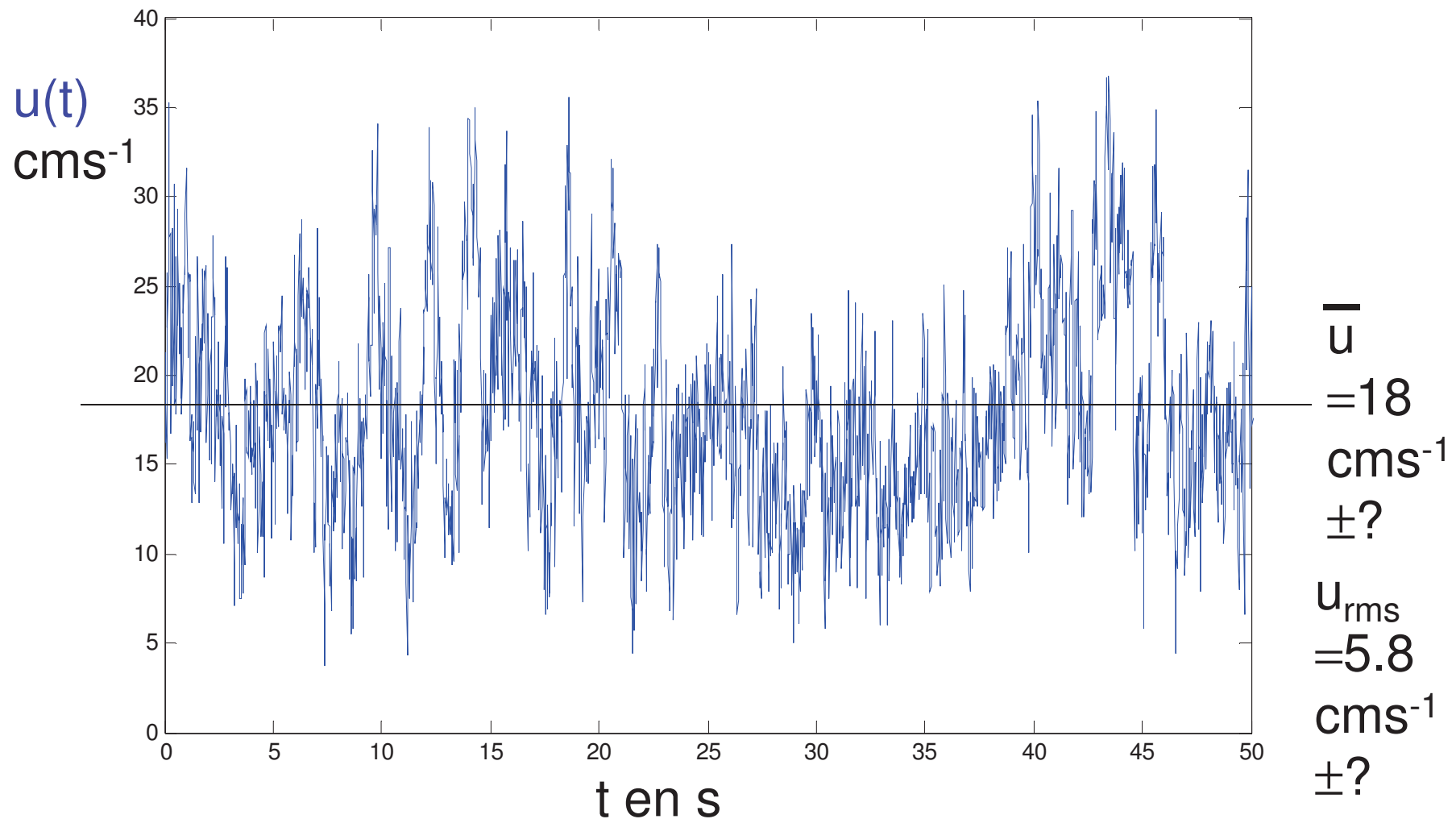
déplacement d'ensemble des tourbillons à $U=1 \text{ cm s}^{-1}$ et acquisition en à point spatial toutes les 0.01 s (100 Hz)



signaux temporels $u'(t)$ et $v'(t)$

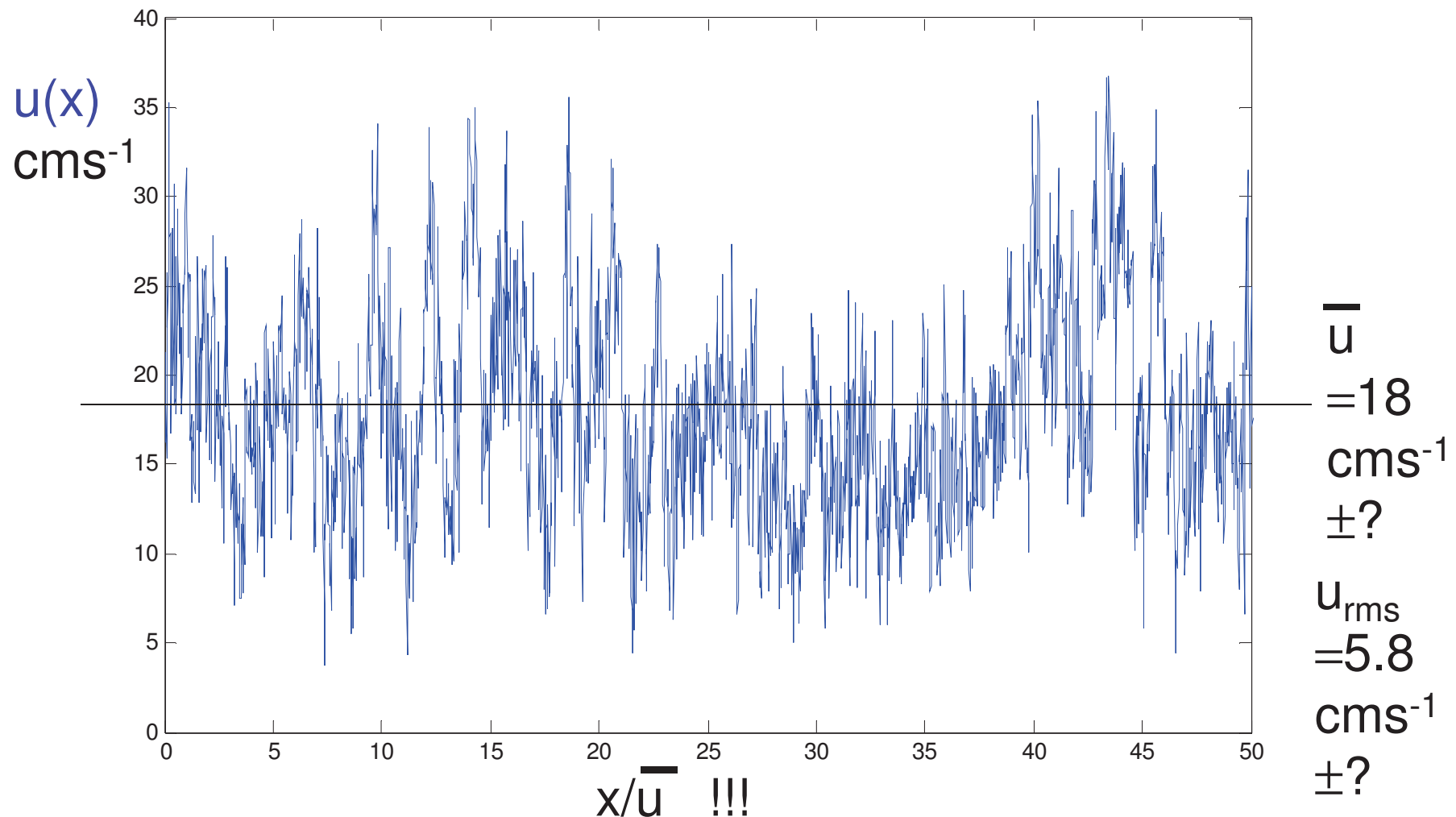


II- caractérisation d'un état turbulent ; hypothèse de taylor



Signal temporel acquis à 50 Hz en rivière avec un vélocimètre acoustique doppler (ADV)

II- caractérisation d'un état turbulent ; hypothèse de taylor



Signal spatial équivalent (hypothèse $u_{\text{rms}} \ll \bar{u}$) !!!

II- caractérisation d'un état turbulent ; spectral 3D

Another method to help evaluate the distribution of kinetic energy of the different eddies sizes, is based on the spectrum tensor $\Phi_{ij}(\vec{k})$ defined as the transform of Q_{ij}

$$\Phi_{ij}(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int Q_{ij}(\vec{r}) e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{r}$$

$$Q_{ij} = \int \Phi_{ij}(\vec{k}) e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}} d\vec{k}$$

For incompressible homogenous isotropic turbulence it can be shown that

$$\frac{1}{2} Q_{ii} = \frac{1}{2} \langle \vec{u}'(\vec{x}) \cdot \vec{u}'(\vec{x} + \vec{r}) \rangle = R(r) = u^2 (g + f / 2)$$

and thus by inverse transform for Q_{ii}

$$\frac{1}{2} \langle u^2 \rangle = \frac{1}{2} Q_{ii} = \frac{1}{2} \int \Phi_{ii} d\vec{k} = \int_0^\infty 2\pi k^2 \Phi_{ii} d\vec{k}$$

→ integrating $1/2\Phi_{ii}$ over all k -space gives the kinetic energy density of turbulence. So Φ_{ii} gives 'distribution' of KE in spectral space.

II- caractérisation d'un état turbulent ; spectral 3D

The **three dimensional energy spectrum** of the velocity field is defined with Φ_{ii} which represents the energy spectra for the different velocity components

$$E(k) = 2\pi k^2 \Phi_{ii}$$

So that

$$\frac{1}{2} \langle \vec{u}^2 \rangle = \int_0^\infty E(k) dk \quad (1)$$

Can show that

$$\frac{E(k)}{2k} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty r R(r) \sin(kr) dr \quad (2a)$$

$$r R(r) = \int_0^\infty \frac{E(k)}{k} \sin(kr) dk \quad (2b)$$

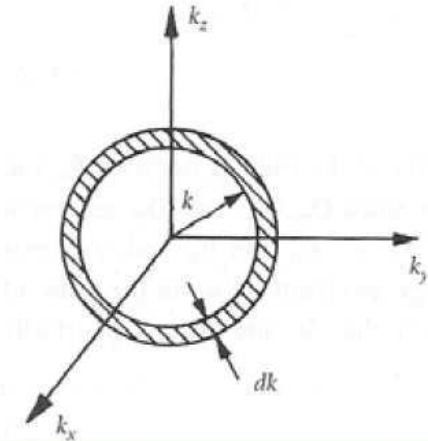


Figure 8.4 $E(k)dk$ represents the contribution to $\frac{1}{2} \langle \vec{u}^2 \rangle$ from Φ_{ii} which lies within a spherical annulus in k-space.

$E(k)$ has 3 properties in addition to relation (1):

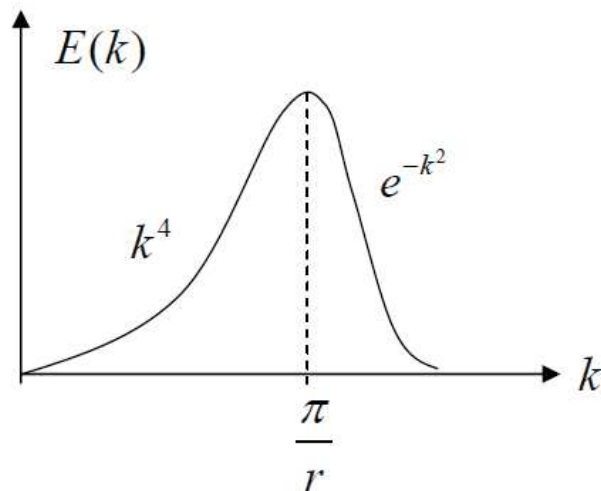
1. $E(k) \geq 0$,
2. for a random array of vortices of fixed size r , $E(k)$ peaks around $k \sim \pi/r$
3. (1) is recovered from (2a) for $r \rightarrow 0$.

II- caractérisation d'un état turbulent ; spectral 3D

In view of the 3 properties, it is customary to *interpret* $E(k)dk$ as the contribution to $\frac{1}{2}\langle \vec{u}^2 \rangle$ from all eddies with wave-numbers in the range $k \rightarrow k+dk$ where $k \sim \pi/r$.

Although convenient, this is really a flawed view:

Spectrum for random array of eddies of size r



- although energy peaks at π/r and is primarily in range $k \sim \pi/r$, some energy is across all k
- not symmetric
- more energy at low k

Nevertheless, for range $k > l^{-1}$ and $k < \eta^{-1}$ the customary interpretation works well.

II- caractérisation d'un état turbulent ; spectral 1D

Commonly, **1D spectra** are measured. Are they different?

Most measured spectra are of the form:

$$F_{11} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} u^2 f(r) \cos(kr) dr, \quad u^2 = \langle u'^2 \rangle$$

$$F_{22} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} u^2 g(r) \cos(kr) dr, \quad \text{here } k = k_x \text{ and } r = t, x$$

with inverse transform

$$u^2 f(r) = \frac{u^2 \langle u'(\vec{x}) \cdot u'(\vec{x} + \vec{r}) \rangle}{u^2} = 2 \int_0^{\infty} F_{11} \cos(kr) dk$$

$$u^2 g(r) = \frac{u^2 \langle v'(\vec{x}) \cdot v'(\vec{x} + \vec{r}) \rangle}{u^2} = 2 \int_0^{\infty} F_{22} \cos(kr) dk$$

A third can be defined:

$$E_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \langle \vec{u}'(\vec{x}) \cdot \vec{u}'(\vec{x} + \vec{r}) \rangle \cos(kr) dr$$

$$\langle \vec{u}'(\vec{x}) \cdot \vec{u}'(\vec{x} + \vec{r}) \rangle = 2 \int_0^{\infty} E_1 \cos(kr) dk$$

En pratique ?

- mesures 1D :

Hypothèse de Taylor ($t \leftrightarrow x$) et formules reliant $E(k)$, $F_{11}(\Delta x)$ et $F_{22}(\Delta x)$

- calcul des spectres ?

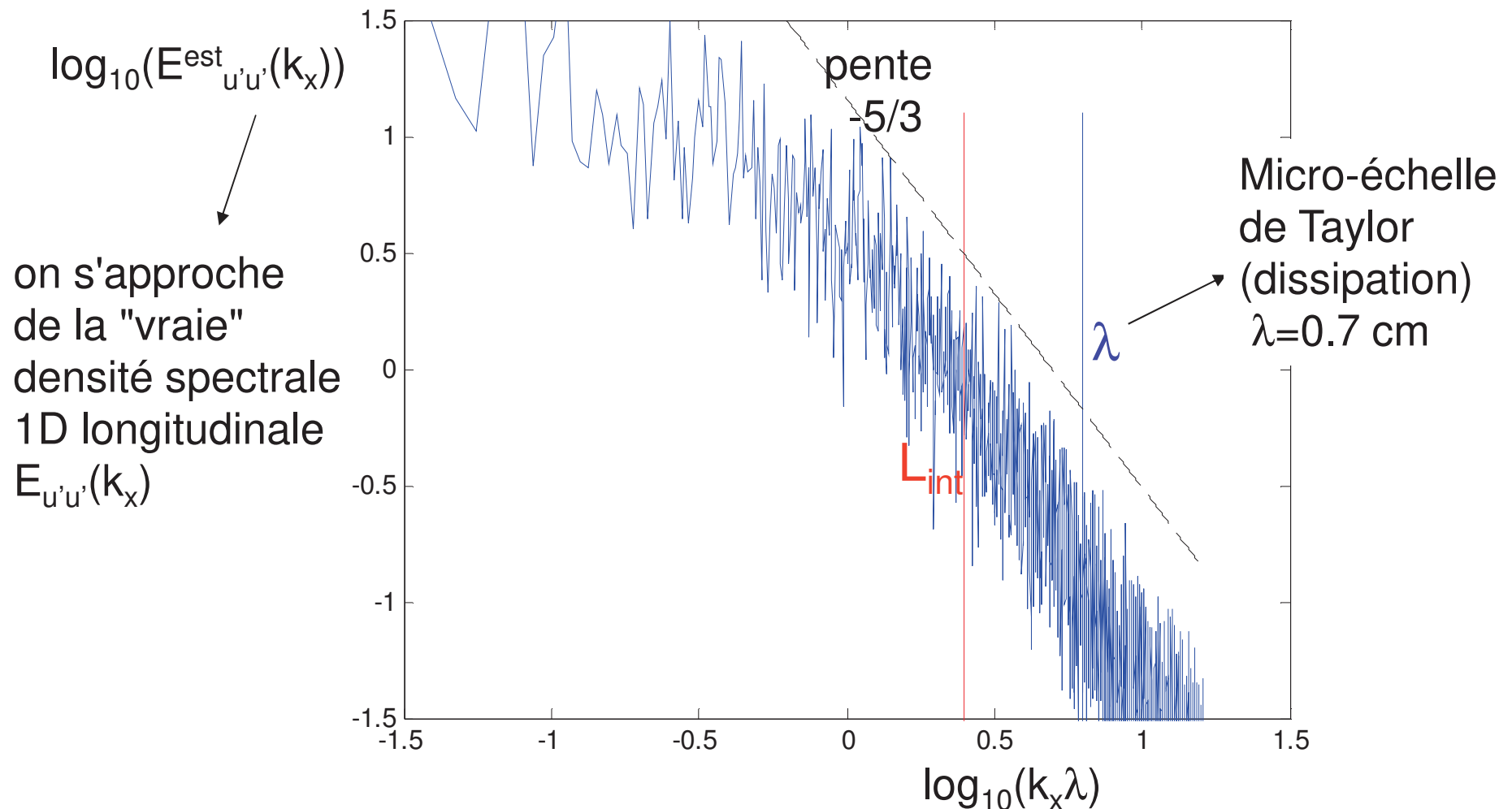
Au moyen de transformée de Fourier des fluctuations turbulentes et non pas des fonctions de corrélation...

$$F_{11}(k_x) = \lim_{L \rightarrow +\infty} \frac{1}{L} E(|\tilde{u}_L(k_x)|^2)$$

(Cf Cusumano 2005)

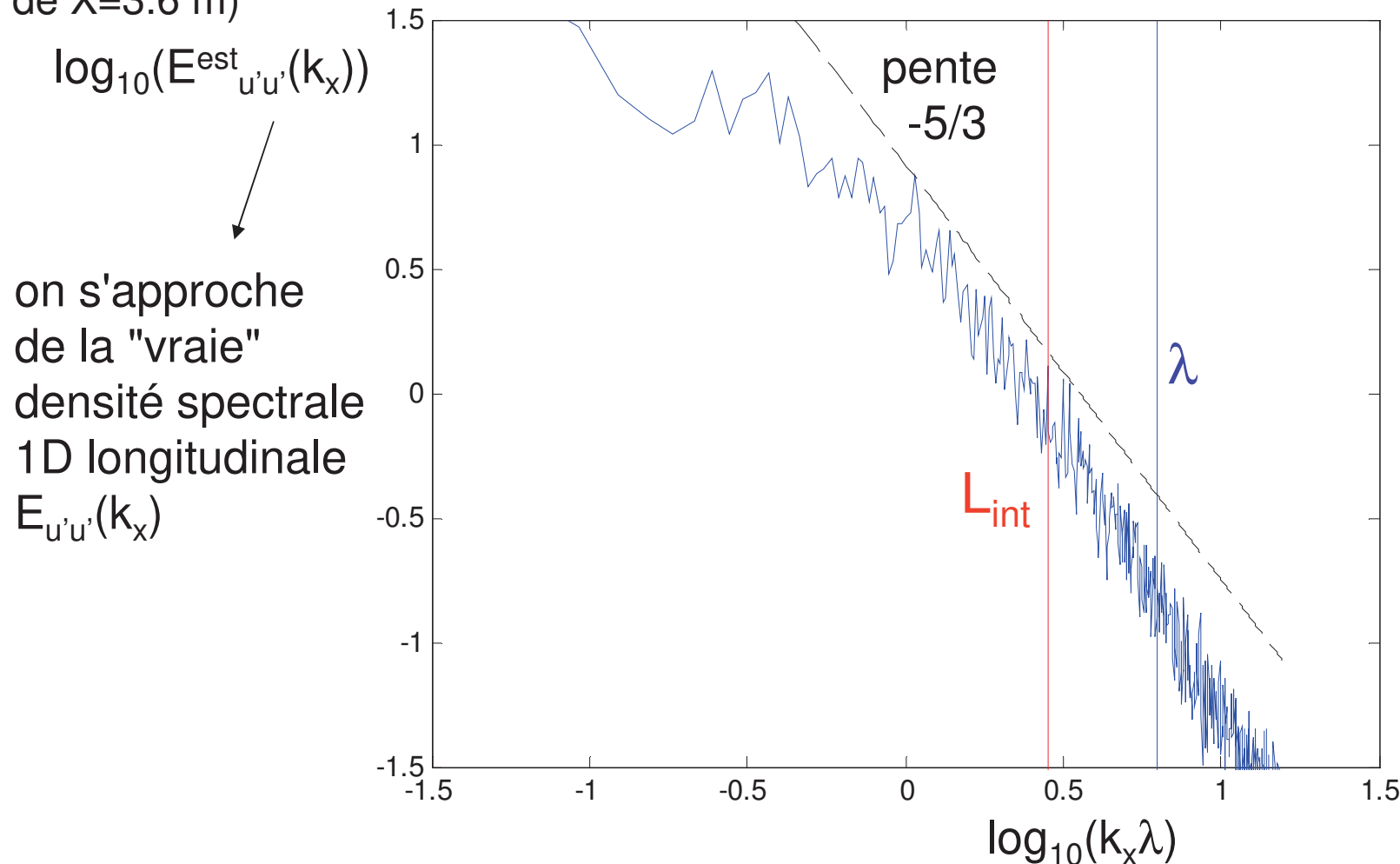
II- caractérisation d'un état turbulent ; approche spectrale

Analyse spectrale du signal temporel acquis à 50 Hz en rivière avec un vélocimètre acoustique doppler (ADV). Acquisition totale de 80s. Spectre avec un échantillon de 80s de durée (soit une longueur équivalentes de $X=14.4$ m)



II- caractérisation d'un état turbulent ; approche spectrale

Analyse spectrale du signal temporel acquis à 50 Hz en rivière avec un vélocimètre acoustique doppler (ADV). Acquisition totale de 80s. Spectre avec moyenne d'ensemble sur des échantillons de 20s de durée (soit des longueurs équivalentes de $X=3.6$ m)



II- caractérisation d'un état turbulent ; approche spectrale

Analyse spectrale du signal temporel acquis à 50 Hz en rivière avec un vélocimètre acoustique doppler (ADV). Acquisition totale de 80s. Spectre avec moyenne d'ensemble sur des échantillons de 5s de durée (soit des longueurs équivalentes de $X=0.9$ m)

